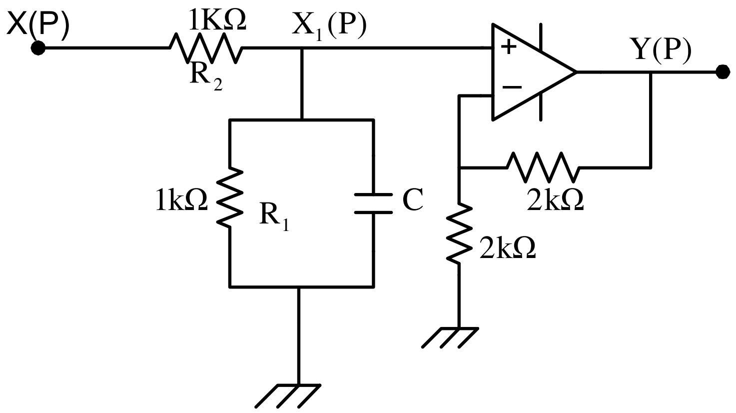
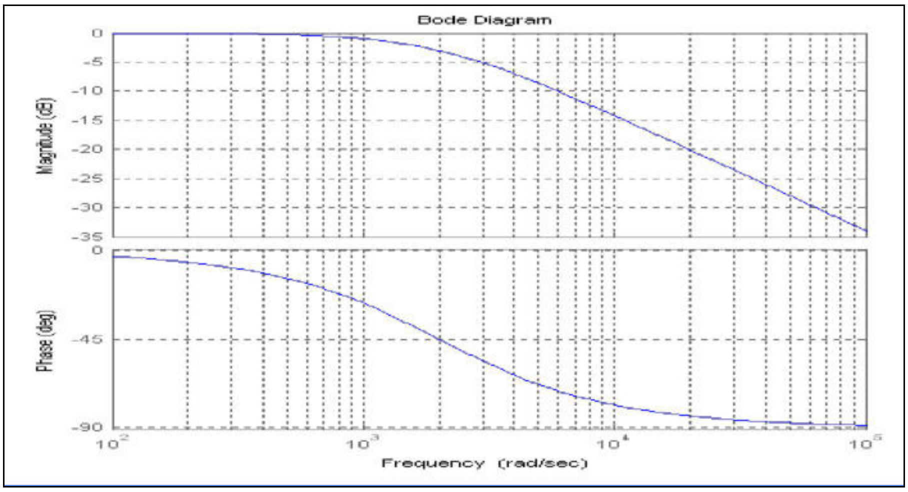
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT TP. HCM
KHOA ĐIỆN
BỘ MÔN. CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN
------------0-----------

BIÊN SOẠN: *ThS*. LÊ THỊ THANH HOÀNG

BÀI GIẢNG.

MẠCH ĐIỆN II





TP. HCM Tháng 12 / 2007

LỜI NÓI ĐẦU

MẠCH ĐIỆN là một môn học cơ sở quan trọng đối với sinh viên khối kỹ thuật nói chung và sinh viên ngành điện nói riêng. Để có thể tiếp tục nghiên cứu chuyên sâu về lĩnh vực điện thì sinh viên phải nắm vững những kiến thức trong môn học MẠCH ĐIỆN.

Ngoài ra môn học này là còn là môn cơ sở để cho sinh viên học tiếp các môn chuyên ngành khác như môn Điều Khiển Tự Động, Máy Điện, Lý Thuyết Tín Hiệu…
Mạch điện II này bao gồm ba chương :

Chương I: Phân tích mạch trong miền thời gian
Chương II: Phân tích mạch trong miền tần số
Chương III : Mạch không tuyến tính
Chương IV. Đường dây dài

Quyển sách này tác giả trình bày các phương pháp phân tích mạch có kèm theo các ví dụ cụ thể và các bài tập được soạn theo từng các chương lý thuyết, để giúp người học có thể giải và ứng dụng vào các môn học có liên quan.

Tác giả đã viết bài giảng này với sự cố gắng sưu tầm các tài liệu trong và ngoài nước, với sự đóng góp tận tình của các đồng nghiệp trong và ngoài bộ môn, cùng với kinh nghiệm giảng dạy môn học này trong nhiều năm. Tuy nhiên đây cũng là lần đầu tiên biên soạn bài giảng mạch điện II nên không thể tránh khỏi những thiếu sót. Tôi rất mong sự đóng góp ý kiến của các đồng nghiệp, của các em sinh viên và các bạn đọc quan tâm đến bài giảng này.

Xin chân thành cảm ơn.
TP. HCM tháng 12 năm 2007.

MỤC LỤC

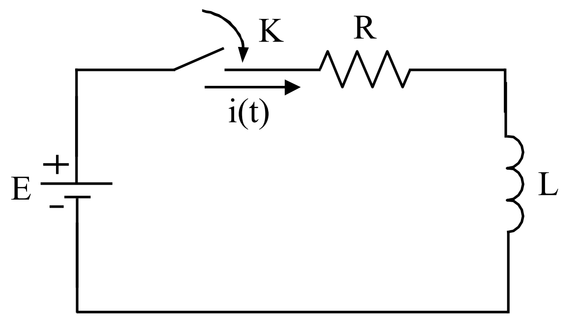
Trang

CHƯƠNG I: PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN THỜI GIAN (QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ)

I.1. KHÁI NIỆM

Quá trình quá độ là quá trình biến đổi dòng điện ban đầu thành giá trị xác lập.

Xét mạch điện như hình vẽ (1.1):



H ình (1.1)

Trong đó: K là khóa dùng đóng mở mạch điện.

Trước khi khóa K đóng i = 0 gọi là giá trị ban đầu.

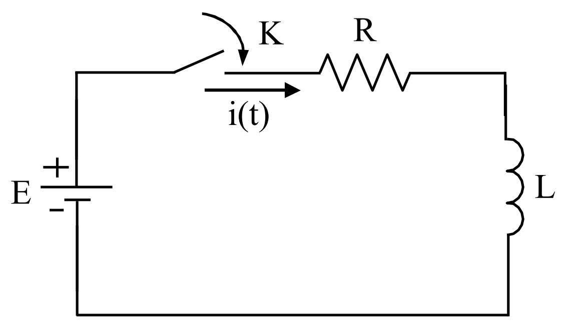
Khóa K đóng trong một thời gian dài thì dòng điện đạt đến giá trị xác lập là $i = \dfrac{E}{R}$

Quá trình biến đổi từ giá trị ban đầu đến giá trị xác lập được gọi là quá trình quá độ.

I.2. ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN GIẢI BÀI TOÁN QUÁ ĐỘ (PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN)

I.2.1. Giải bài toán với điều kiện ban đầu bằng 0

Ví dụ 1: Cho mạch điện như hình vẽ (1.2):



Hình (1.2)

Tại t = 0 đóng khoá K lại. Tìm cường độ dòng điện i(t) chạy trong mạch điện.

Lời giải

Khi khóa K đóng lại:

$$u_R + u_L = E \quad (1.1.1)$$

Mà: $u_R = iR$

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$ thay vào pt(1.1) ta được:

$$\Rightarrow iR + L\frac{di}{dt} = E \qquad (1.1.2)$$

Vậy ta phải giải phương trình vi phân để tìm i(t).

Giả sử i là nghiệm của phương trình:

$$i = i_{\text{tự do}} + i_{\text{xác lập}} \qquad (1.1.3)$$

- $i_{\text{xác lập}}$: là dòng điện trong mạch sau khi đóng (hoặc mở) khoá K sau một thời gian dài. Trong mỗi mạch điện cụ thể có một giá trị xác lập.
- $i_{\text{tự do}}$: là nghiệm của phương trình vi phân có vế phải bằng không (phương trình thuần nhất).

(Thành phần tự do của điện áp và dòng điện phụ thuộc vào năng lượng tích lũy trong mạch và các thông số mạch, nó không phụ thuộc vào hình dạng của nguồn tác động)

Đặt $i_{td} = ke^{St}$

Trong đó:

k: hằng số
S: số phức
t: thời gian

$$iR + L\frac{di}{dt} = 0 \qquad (1.1.4)$$

Thay vào:

$$\Leftrightarrow ke^{St}R + L\frac{d(ke^{st})}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow ke^{St}(R + LS) = 0$$

Để nghiệm $i_{td} \neq 0$ ($ke^{St} \neq 0$)

$$\Rightarrow R + LS = 0$$

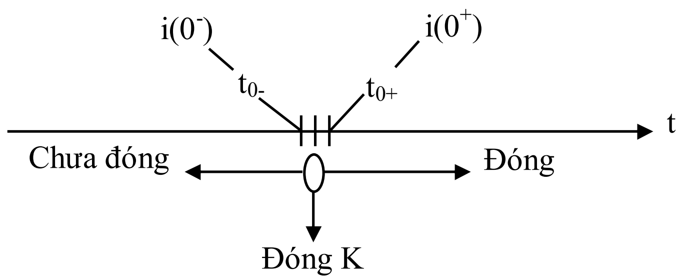
$$\Rightarrow S = -\frac{R}{L}$$

$$\Rightarrow i_{td} = ke^{-\frac{Rt}{L}}$$

Mà: $i_{\text{xác lập}} = \dfrac{E}{R}$

Vậy: $i(t) = \dfrac{E}{R} + ke^{-\frac{R}{L}t}$

Xác định k: Dựa vào điều kiện ban đầu của bài toán $i(0^+)= 0$

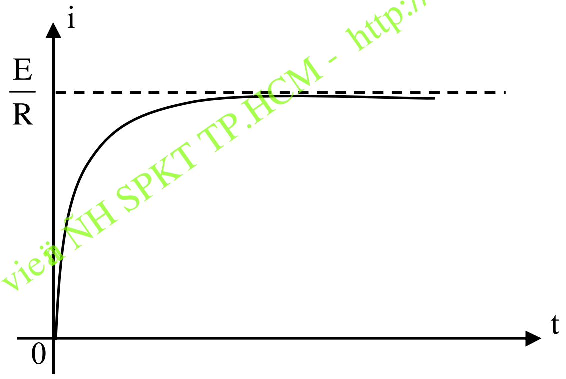


Tại t = 0: $i(0) = \dfrac{E}{R} + ke^{o} = 0 \quad \Rightarrow k = -\dfrac{E}{R}$

$$i(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (A)$$

Vậy:

- Tại $t = 0 \Rightarrow i = 0$
- Tại $t = \infty \Rightarrow i = \dfrac{E}{R}$



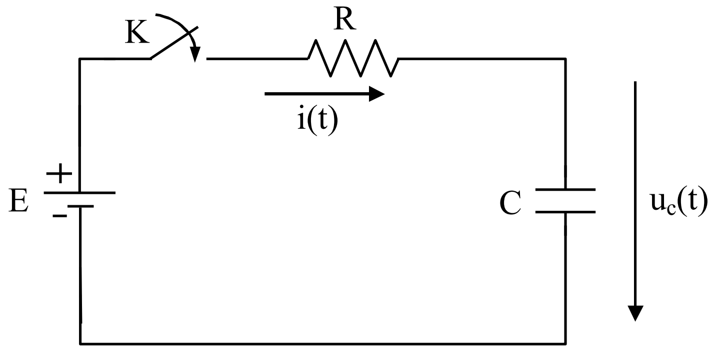
Đặt $\tau = \dfrac{L}{R}$: hằng số thời gian

$$i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Khi $t = 3\tau$ thì $i \approx i_{\text{xác lập}}$ (96%)

Thời gian quá độ là thời gian để dòng điện đi từ giá trị ban đầu đến giá trị xác lập.

Ví dụ 2: Cho mạch điện như hình vẽ (1.3):



Hình (1.3)

Yêu cầu:

Tại t = 0 đóng khóa K, tìm $u_c(t)$.

Lời giải

Khi đóng khóa K: $u_R + u_c = E$ (1.2.1)

Mà:

$$\left.\begin{aligned} u_R &= iR \\ i &= C\frac{du_C}{dt} \end{aligned}\right\} \text{ thay vào(1.2.1)}$$

$$u_c + RC\frac{du_C}{dt} = 0 \qquad (1.2.2)$$

Đây là phương trình vi phân. Giải phương trình vi phân trên để tìm $u_c(t)$.

Đặt: $u_c = u_{c\text{ tự do}} + u_{c\text{ xác lập}}$ (1.2.3)

- $u_{c\text{ xác lập}}$: là điện áp xác lập trên tụ một thời gian dài sau khi đóng (hoặc mở) khóa K.

  $u_{c\text{ xác lập}} = E$ (khi tụ đã được nạp đầy)

- $u_{c\text{ tự do}}$: là nghiệm của phương trình vi phân có vế phải bằng không.

$$u_c + RC\frac{du_C}{dt} = 0 \qquad (1.2.4)$$

Đặt: $u_{c\text{ tự do}} = ke^{St}$

Vậy:

$$ke^{St} + \frac{RCd(ke^{St})}{dt} = 0$$

Trong đó:

k: hằng số
S: số phức
t: thời gian

$\Leftrightarrow ke^{St} + RCS.ke^{St} = 0$

$\Leftrightarrow ke^{St}(1 + RCS) = 0$

Do $ke^{St} \neq 0$ nên:

$$(1 + RCS) = 0 \Rightarrow S = -\frac{1}{RC}$$

Phương trình trên là phương trình đặc trưng

$$u_{c\ \text{tự do}} = k\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u(t) = E + k\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

Xác định k: Dựa vào điều kiện ban đầu của bài toán:

$$u_c(0) = 0$$

Tại t = 0:

$$u_c(0) = E + ke^0 = 0$$

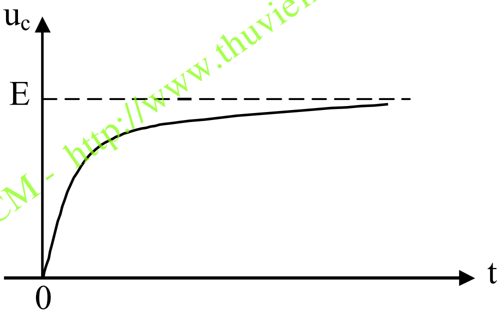
$$\Rightarrow k = -E$$

$$\Rightarrow u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Đặt τ = RC: hằng số thời gian của mạch (đơn vị s)

Vậy: $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

- khi $t = 0 \rightarrow u_c(t) = 0$
- khi $t = \infty \rightarrow u_c(t) = E$

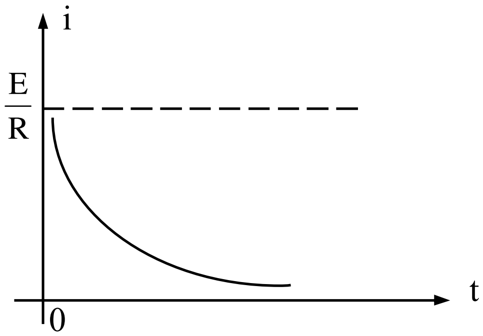


Theo đề bài ta tìm i(t)

$$i = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{d(E - E.e^{-\frac{t}{RC}})}{dt} = \frac{CE}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{với } \tau = RC$$

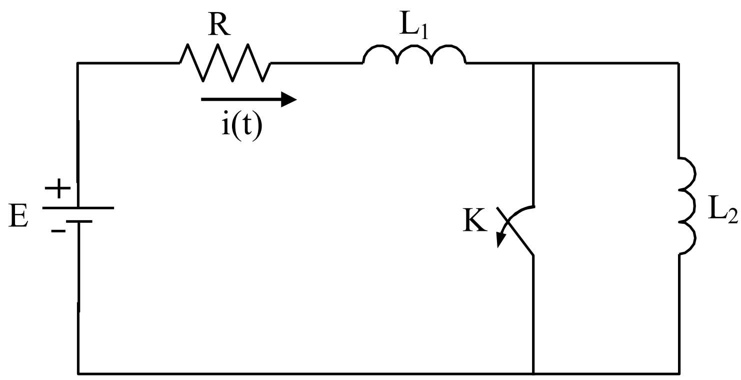
- Tại $t = 0 \Rightarrow i = \frac{E}{R}$
- Tại $t = \infty \Rightarrow i = 0$



I.2.2. Giải bài toán với điều kiện đầu khác 0

a. Mạch có cuộn dây

Cho mạch điện như hình vẽ (1.4)



Hình (1.4)

Tại t = 0, mở khóa K. Xác định $i(0^+)$.

Điều kiện bảo toàn từ thông: Tổng từ thông móc vòng trong một vòng kín liên tục tại thời điểm đóng mở:

$\Rightarrow \Sigma\varphi(0^-) = \Sigma\varphi(0^+)$ (1.1)

- Tại $t_{0-} \Leftrightarrow \varphi(0^-)$
- Tại $t_{0+} \Leftrightarrow \varphi(0^+)$

Từ thông $\varphi = L.i$

$\Sigma L.i(0^-) = \Sigma L.i(0^+)$ (1.2)

❖ Tại t_{0-}:

$$\Sigma\varphi(0^-) = L_1.i(0^-)$$

$$i_{L1(0-)} = \frac{E}{R}$$

$$i_{L2(0-)} = 0$$

❖ Tại t_{0+}:

$$\Sigma\varphi(0^+) = L_1.i(0^+) + L_2.i(0^+) = (L_1 + L_2).i(0^+)$$

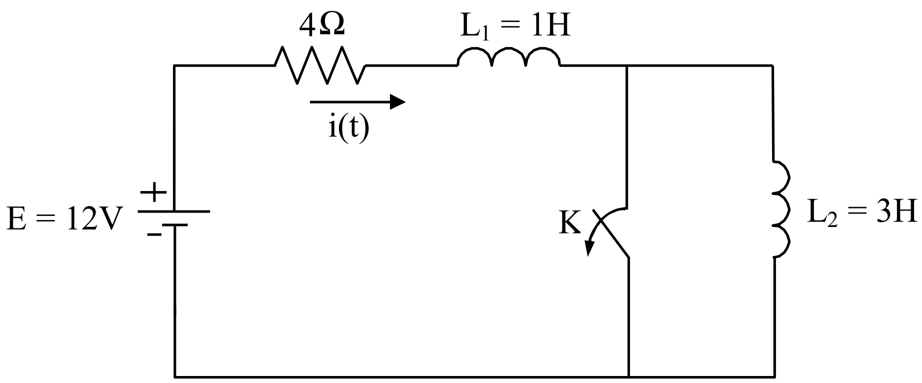
Mà: $\Sigma\varphi(0^-) = \Sigma\varphi(0^+)$

$\Rightarrow L_1.i(0^-) = (L_1 + L_2).i(0^+)$

Vậy $\Rightarrow$ $i(0^+) = \dfrac{L_1 \dfrac{E}{R}}{L_1 + L_2}$ (1.3)

Ví dụ áp dụng:

Cho mạch điện như hình vẽ (1.5)



Hình (1.5)

Tại t = 0 mở K, tìm i(t).

Lời giải

Trước khi mở K:

$$i(0^-) = \frac{E}{R} = \frac{12}{4} = 3A$$

Tại t_{0+}:

$$i(0^+) = \frac{L_1 i(0^-)}{L_1 + L_2} = \frac{3}{4}A$$

Khi mở K:

$$iR + (L_1 + L_2)\frac{di}{dt} = E \qquad \text{: phương trình vi phân}$$

Giải phương trình vi phân

Đặt $i = i_{td} + i_{xl}$

$$i_{xl} = \frac{E}{R} = 3 \ \ (A)$$

i_{td} là nghiệm của phương trình vi phân có vế phải bằng 0

$$iR + (L_1 + L_2)\frac{di}{dt} = 0$$

Đặt $i_{td} = ke^{St}$

$$\Leftrightarrow ke^{St}R + (L_1 + L_2)\frac{d(ke^{St})}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow ke^{St}[R + (L_1 + L_2)S] = 0$$

Do $ke^{St} \neq 0$ nên $\Rightarrow R + (L_1 + L_2)S = 0 \Rightarrow S = -\frac{R}{L_1 + L_2}$

$$\Rightarrow i_{td} = ke^{-\frac{R}{L_1+L_2}t}$$

$$i(t) = 3 + ke^{-\frac{R}{L_1+L_2}t}$$

Xác định k:

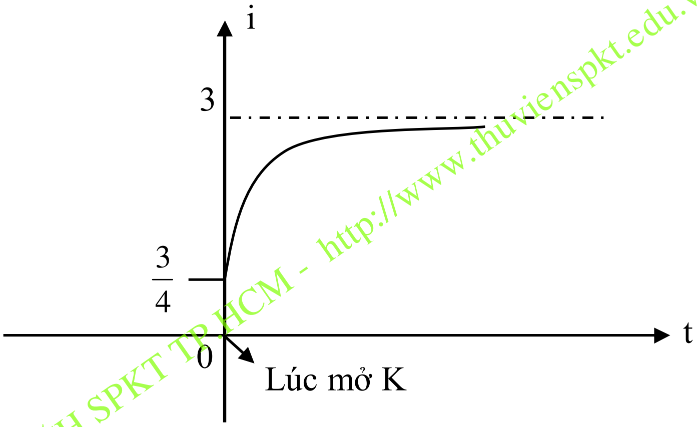
$$i\,(0^+) = 3 + ke^o = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow k = -\frac{9}{4}$$

Vậy $i(t) = 3 - \frac{9}{4}e^{-\frac{t}{\tau}}$ với $\tau = \frac{L_1 + L_2}{R}$

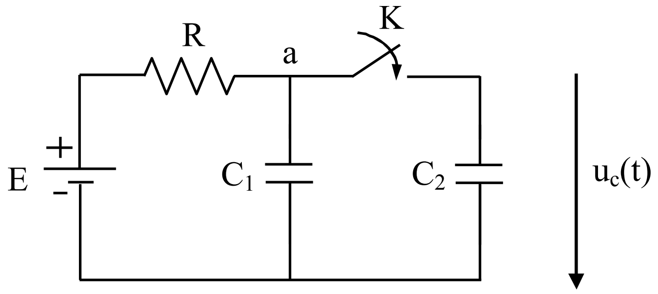
$t_{\text{quá độ}} = 3s$ dòng điện đạt giá trị ổn định.

Khi mở khóa K dòng điện tăng lên 3A (giá trị i_{xl})



b. Mạch có tụ

Cho mạch điện như hình vẽ (1.6)



Hình (1.6)

Tại t = 0 đóng khóa K. Tìm $u_c(t)$.

Lời giải

Trước khi đóng K:

$$u_{c1}(0^-) = E$$

$$u_{c2}(0^-) = 0$$

Tại $t(0_+)$:

$u_{c1}(0^+) = u_{c2}(0^+) = u_c(0^+)$

Điều kiện bảo toàn điện tích: Điện tích tại 1 đỉnh (nút) liên tục tại thời điểm đóng mở:

$\Sigma q(0^+) = \Sigma q(0^-)$ (1.4)

Điện tích tại a ở $t(0^-)$

Ở $t(0^-)$: $q(0^-) = C_1.u_{c1}(0^-) = C_1.E$

$t(0^+)$: $q(0^+) = C_1.u_{c1}(0^+) + C_2.u_{c2}(0^+) = (C_1 + C_2).U_c(0^+)$

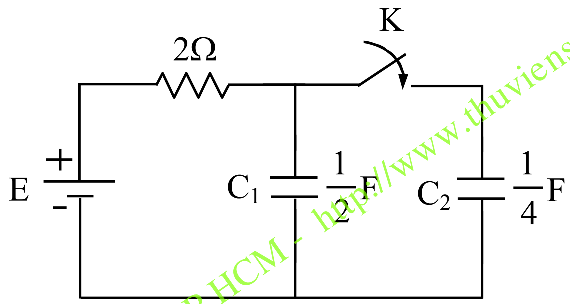
$q(0^+) = q(0^-)$

$\Rightarrow (C_1 + C_2).U_c(0^+) = C_1.E$

$$\Rightarrow u_c(0^+) = \frac{C_1E}{C_1 + C_2}$$

Ví dụ áp dụng:

Cho mạch điện như hình vẽ (1.7):



Hình (1.7)

Tại t = 0 đóng K, tìm $u_c(t)$.

Lời giải

+ Tìm điều kiện ban đầu:

$$\Rightarrow u_c(0^+) = \frac{C_1E}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{1}{2}.10}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{20}{3}(V)$$

+ Khi đóng K lại ta có:

$u_R + u_c = E$

Với $C = C_1 + C_2$; $u_R = iR = RC\frac{du_c}{dt}$

$RC\frac{du_c}{dt} + u_c = E$: phương trình vi phân

Giải phương trình vi phân tìm u_c

Ta đặt: $u_c(t) = u_{ctd} + u_{cxl}$

Với $u_{cxl} = E$ (điện áp sau khi đóng khóa K thời gian dài)

Tìm u_{ctd} bằng cách cho vế phải của phương trình vi phân bằng 0

$$RC\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

Đặt $u_{ctd} = ke^{St}$ thay vào phương trình ta được:

$$ke^{St} + \frac{RCd(ke^{St})}{dt} = 0$$

Trong đó:

k: hằng số

S: số phức

t: thời gian

$$\Leftrightarrow ke^{St} + RCS.ke^{St} = 0$$

$$\Leftrightarrow ke^{St}(1 + RCS) = 0$$

Do $ke^{St} \neq 0$ nên:

$$(1 + RCS) = 0 \Rightarrow S = -\frac{1}{RC}$$

Phương trình trên là phương trình đặc trưng.

Ta được $u_c(t) = E + ke^{-\frac{t}{RC}}$

Xác định k: Dựa vào điều kiện ban đầu của bài toán.

$u_{c1}(0^-) = E \quad ; \quad u_{c2}(0^-) = 0$

$$u_c(t) = E + ke^{-\frac{t}{RC}}$$

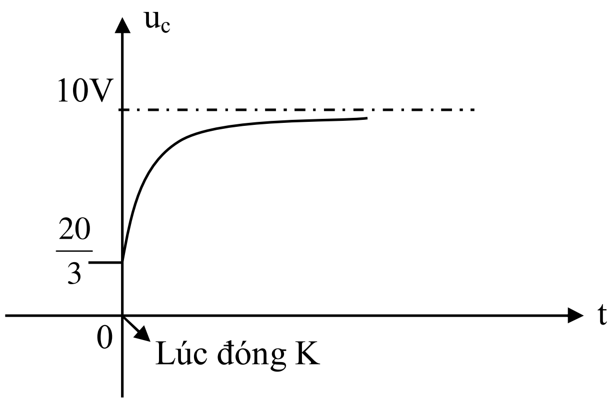
Tại $t = 0 \Leftrightarrow u_c(0^+) = E + ke^0 = 10 + ke^0 = \frac{20}{3}$

$$\Rightarrow k = -\frac{10}{3}$$

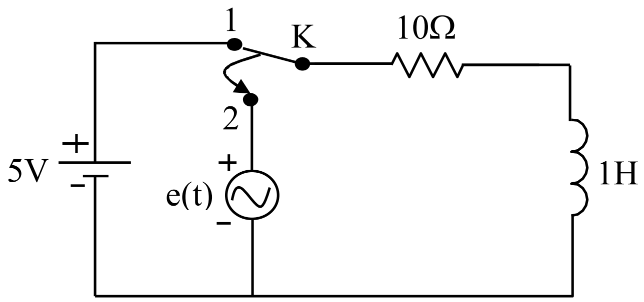
$\tau = RC$: hằng số thời gian của mạch (đơn vị s)

$$\tau = RC = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2}$$

Vậy $u_c(t) = 10 - \frac{10}{3}e^{-\frac{2t}{3}}$ (V)



Ví dụ: Cho mạch điện như hình vẽ (1.8)



Hình (1.8)

Cho $e(t) = 10\cos(10t + 45^0)$. Khi K đang đóng ở vị trí 1, tại t = 0 đóng K sang vị trí 2. Tìm i(t).

Lời giải

Trước khi đóng K sang (2) ta có:

$$i(0^-) = \frac{E}{R} = \frac{1}{2}\ (A)$$

Khi vừa đóng sang (2) $\leftrightarrow i(0^+)$

$$i(0^+) = \frac{1}{2}\ (A)\ \ (\text{do } L.i(0^-) = L.i(0^+)\text{, không gây đột biến vì chỉ có 1 cuộn dây})$$

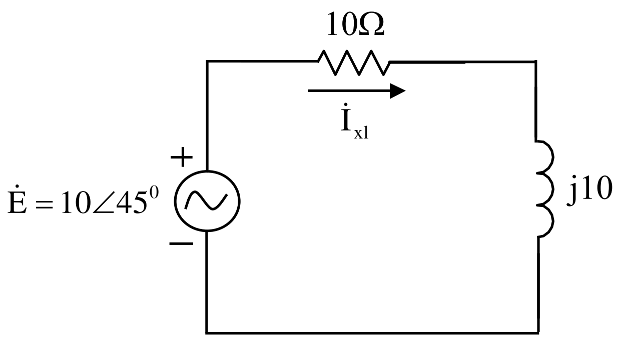
Khi đóng K sang (2)

$$iR + L\frac{di}{dt} = e = 10\cos(10t + 45^0)$$

Đặt $i = i_{td} + i_{xl}$

i_{xl}: dòng điện xác lập là dòng điện khi đóng điện một thời gian dài.

Ta có sơ đồ tương đương:



Tổng trở phức toàn mạch:

$$\dot{Z} = 10 + j10 = 10\sqrt{2}\angle 45^0$$

$$\dot{I}_{XL} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \frac{10\angle 45^0}{10\sqrt{2}\angle 45^0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow i_{xl} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 10t$$

Xác định i_{td} ta giải phương trình vi phân:

$$iR + L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i_{td} = k e^{-\frac{R}{L}t} = ke^{-10t}$$

$$i(t) = ke^{-10t} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 10t$$

Xác định k: Dựa vào điều kiện ban đầu của bài toán

$$i(0^{+}) = ke^{0} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 0 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow k = -\,0{,}207$$

Vậy $i(t) = -\,0{,}207e^{-10t} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos 10t$

I.3. ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE GIẢI BÀI TOÁN QUÁ ĐỘ

Phương pháp tích phân kinh điển nghiên cứu ở mục trên có ưu điểm là cho thấy rõ hiện tượng vật lý của dòng điện và điện áp quá độ nhưng không tiện dùng cho các mạch phức tạp vì vậy việc giải trực tiếp phương trình vi phân sẽ khó khăn, khi bậc của phương trình vi phân cao.

Phương pháp toán tử có ưu điểm là ở chỗ, nó cho phép đại số hóa phương trình vi tích phân, với các điều kiện đầu được tự động đưa vào phương trình đại số, do đó kết quả nhận được sẽ nhanh hơn trong trường hợp giải trực tiếp.

I.3.1. Một số kiến thức cơ bản để biến đổi Laplace

Gọi f(t) là hàm gốc, biến thiên theo thời gian t và ta biến đổi thành hàm F(p). F(p) được gọi là hàm ảnh; p: số phức. Biểu thức (1.5) dùng để xác định ảnh của một hàm f(t).

$$\mathscr{L}[f(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt \qquad (1.5)$$

Trong đó P là số phức:

$$p = \sigma + j\omega$$

Các tính chất cơ bản của biến đổi Laplace là:

Ảnh của đạo hàm gốc:

$$\mathscr{L}[f'(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} \frac{d}{dt} f(t)e^{-pt}dt \qquad (1.6)$$

Dùng công thức tích phân phân đoạn ta có:

$$\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt = f(t)\,e^{-Pt}\Big|_0^{\infty} + p\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt = p.F(P) - f(0) \qquad (1.7)$$

Ảnh của đạo hàm gốc bằng hàm ảnh nhân với p.

$$\mathscr{L}\left[\int_0^{\infty} f(t)dt\right] = \frac{F(P)}{P} \qquad (1.8)$$

Ảnh của tích phân hàm gốc bằng hàm ảnh chia cho p.

Nhờ hai tính chất quan trọng của biến đổi Laplace ta chuyển phương trình vi tích phân theo hàm gốc thành phương trình đại số với ảnh là F(p).

BẢNG BIẾN ĐỔI LAPLACE

Hàm gốc f(t)	Hàm ảnh F(p)
1	$\frac{1}{p}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p+\alpha}$
$\frac{1}{\alpha}\left(1-e^{-\alpha t}\right)$	$\frac{1}{p(p+\alpha)}$
$t.e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p+\alpha)^2}$
cosωt	$\frac{P}{P^2+\omega^2}$
sinωt	$\frac{\omega}{P^2+\omega^2}$
t	$\frac{1}{p^2}$
t^n	$\frac{n!}{P^{n+1}}$
$\frac{1}{\alpha_2-\alpha_1}(e^{-\alpha_1 t}-e^{-\alpha_2 t})$	$\frac{1}{(p+\alpha_1)(p+\alpha_2)}$
$\frac{1}{\alpha_1-\alpha_2}(\alpha_1 e^{-\alpha_1 t}-\alpha_2 e^{-\alpha_2 t})$	$\frac{p}{(p+\alpha_1)(p+\alpha_2)}$
$t^n e^{-\alpha t}$	$\frac{n!}{(p+\alpha)^{n+1}};n=0,1,2...$
$\frac{1}{\alpha^2}\left[1-(1+\alpha t)e^{-\alpha t}\right]$	$\frac{1}{p(p+\alpha)^2}$
$\frac{1}{\alpha^2}(e^{-t}+\alpha t-1)$	$\frac{1}{p^2(p+\alpha)}$
$(1-\alpha t)e^{-\alpha t}$	$\frac{p}{(p+\alpha)^2}$
$e^{-\alpha t}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$
$e^{-\alpha t}\cos\omega t$	$\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$

$\frac{1}{\omega^2}(1-\cos\omega t)$	$\frac{1}{p(p^2+\omega^2)}$
$t\sin\omega t$	$\frac{2\omega p}{(p^2+\omega^2)^2}$
$t\cos\omega t$	$\frac{p^2-\omega^2}{(p^2+\omega^2)^2}$
$\frac{\omega_1\sin\omega_2 t-\omega_2\sin\omega_1 t}{\omega_1^2-\omega_2^2}$	$\frac{\omega_1\omega_2}{(p^2+\omega_1^2)(p^2+\omega_2^2)}$
$\frac{\omega_1\sin\omega_1 t-\omega_2\sin\omega_2 t}{\omega_1^2-\omega_2^2}$	$\frac{p^2}{(p^2+\omega_1^2)(p^2+\omega_2^2)}$
$\frac{\cos\omega_2 t-\cos\omega_1 t}{\omega_1^2-\omega_2^2}$	$\frac{p}{(p^2+\omega_1^2)(p^2+\omega_2^2)}$
$\frac{\omega_1^2\cos\omega_1 t-\omega_2^2\cos\omega_2 t}{\omega_1^2-\omega_2^2}$	$\frac{p^3}{(p^2+\omega_1^2)(p^2+\omega_2^2)}$
$\frac{\sin\omega t}{t}$	$arctg\frac{\omega}{p}$

Ngược lại nếu biết hàm ảnh $F(P)=\frac{P_1(p)}{P_2(p)}$ ta có thể tìm được hàm gốc theo công thức sau:

$$f(t)=\sum_{K=1}^{n}\frac{P_1(p_K)}{P'_2(p_K)}e^{p_K t}$$

Trong đó $P_2'(P_K)$ là đạo hàm của đa thức $P_2(p)$ tại điểm $P = P_K$

❖ Sau đây là một số ví dụ cách tìm hàm gốc:

Ví dụ 1: Cho hàm ảnh

$$F(p)=\frac{4}{(p+1)(p+2)}$$

Hãy tìm hàm gốc f(t).

Lời giải

Khi gặp hàm phức tạp ta dùng phương pháp phân tích:

Bước 1: *Phân tích*

$$\frac{4}{(p+1)(p+2)}=\frac{A}{P+1}+\frac{B}{P+2}$$

Tìm A: nhân 2 vế cho (P+1)

$$\frac{4}{p+2}=A+\frac{B(P+1)}{P+2}$$

Cho $P=-1 \Rightarrow A=4$

Tìm B: nhân 2 vế cho (P + 2)

$$\frac{4}{p+1} = A\frac{(P+2)}{P+1} + B$$

Cho P = – 2 ⇒ B = – 4

Bước 2: *Tra bảng*

$$\Rightarrow f(t) = 4.e^{-t} - 4e^{-2t}$$

Cách 2: Ta có thể tìm A và B bằng cách lấy giới hạn

$$A = \lim_{P\to -1}(P+1).F(P) = \lim_{P\to -1}\frac{4}{P+2} = 4$$

$$B = \lim_{P\to -2}(P+2).F(P) = \lim_{P\to -2}\frac{4}{P+1} = -4$$

Ví dụ 2:

$$F(P) = \frac{8}{P(P+2)}$$

Hãy tìm hàm gốc f(t).

Lời giải

Bước 1: *Phân tích*

$$\frac{8}{P(P+2)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{P+2}$$

Tìm A: Nhân 2 vế cho p

$$\Leftrightarrow \frac{8}{P+2} = A + \frac{B.P}{P+2}$$

Cho p = 0 ⇒ A = 4

Tìm B: Nhân 2 vế cho p + 2

$$\Leftrightarrow \frac{8}{p} = A\frac{(P+2)}{P} + B$$

Cho p = – 2 ⇒ B = – 4

Bước 2: *Tra bảng*

$$f(t) = 4 - 4e^{-4t}$$

Cách 2: ta có thể tìm A và B bằng cách lấy giới hạn

$$A = \lim_{P\to 0} P.F(P) = \lim_{P\to 0}\frac{8}{P+2} = 4$$

$$B = \lim_{P\to -2}(P+2).F(P) = \lim_{P\to -2}\frac{8}{P} = -4$$

Ví dụ 3:

$$F(P) = \frac{4}{(P+1)(P+2)^2}$$

Hãy tìm hàm gốc f(t).

Lời giải

Chương I. Phân tích mạch trong miền thời gian

***Bước 1**: Phân tích*

$$\frac{4}{(P+1)(P+2)^2}=\frac{A}{P+1}+\frac{B}{P+2}+\frac{C}{(P+2)^2}$$

Tìm A: nhân 2 vế cho (P+1)

$$\frac{4}{(P+2)^2}=A+\frac{B(P+1)}{P+2}+\frac{C(P+1)}{(P+2)^2}$$

Cho P = – 1 $\Rightarrow$ A = 4

Tìm C: nhân 2 vế cho $(P + 2)^2$

$$\Leftrightarrow 4 = A(P+2)^2 + B(P+1)(P+2)^2 + C(P+1)$$

Cho P = – 2 $\Rightarrow$ 4 = C (– 2 + 1)

$$\Rightarrow C = -4$$

Tìm B: nhân 2 vế cho $(P + 2)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{(p+1)}=\frac{A(P+2)^2}{P+1}+B(P+2)+C$$

Đạo hàm P theo 2 vế:

$$-\frac{4}{(p+1)^2}=\frac{A(P+2)(....)}{(P+1)^2}+B$$

Giá trị (…) không cần quan tâm

Cho p = – 2 $\Rightarrow$ B = – 4

***Bước 2**: Tra bảng*

$$f(t) = 4.e^{-t} - 4.e^{-2t} - 4t.e^{-2t}$$

Cách 2: ta có thể tìm A, B, và C bằng cách lấy giới hạn

$$A = \lim_{P\to-1}(P+1).F(P) = \lim_{P\to-1}\frac{4}{(P+2)^2} = 4$$

$$C = \lim_{P\to-2}(P+2)^2.F(P) = \lim_{P\to-2}\frac{4}{P+1} = -4$$

Tìm B bằng cách nhân 2 vế của phương trình cho $(p + 2)^2$, sau đó lấy đạo hàm 2 vế của phương trình và cho p = – 2, ta được: B = – 4.

I.3.2. Định luật Kirchhoff dạng toán tử

Định luật Kirchhoff 1

Từ biểu thức $\sum i = 0 \Rightarrow \sum I(P) = 0$ (1.9)

Định luật Kirchhoff 2

Cho mạch vòng kín gồm R - L - C nối tiếp đặt vào điện áp u ta có:

$$u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t idt + u_c(0)$$

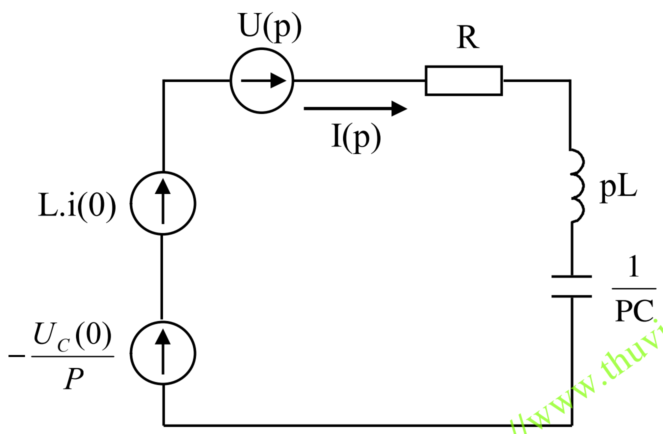
Chuyển sang biến đổi Laplace ta được:

$$U(p) = I(p)\left[R + PL + \frac{1}{pC}\right] + \frac{u_c(0)}{p} - L.i(0) \quad (1.10)$$

Từ đó ta suy ra:

$$I(P) = \frac{U(P) - \frac{u_c(0)}{P} + Li(0)}{R + PL + \frac{1}{PC}}$$

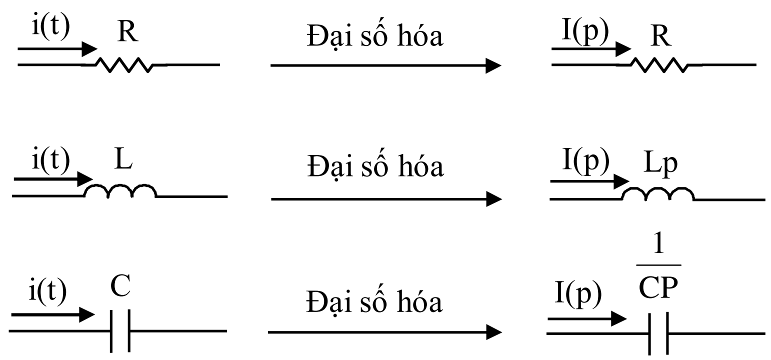
Công thức trên tương ứng với sơ đồ toán tử của hình (1.9) dưới đây:



Hình (1.9)

Trong đó: L.i(0) và $-\frac{U_C(0)}{P}$ đặc trưng cho điều kiện đầu của bài toán.

I.3.3. Sơ đồ toán tử Laplace



I.3.4. Thuật toán tính quá trình quá độ bằng phương pháp toán tử

Bước 1: Xác định các điều kiện ban đầu

Bước 2: Lập sơ đồ toán tử, giải sơ đồ toán tử theo các phương pháp đã biết tìm I(p).

Bước 3: Dùng biến đổi Laplace ngược để tìm hàm gốc i(t).

I.3.5. Một số ví dụ về các bài toán quá độ với các điều kiện ban đầu bằng 0

Bài 1: Cho mạch điện như hình vẽ (1.10)